

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ЭКСТРАПОЛЯТОРОВ



Л.А. Баранов



Е.П. Балакина

Рассматриваются имитационные модели интеллектуальных экстраполяторов, использующие многочлены Чебышева, ортогональные на множестве равноотстоящих точек. Показана актуальность использования интеллектуальных экстраполяторов в системах автоматического управления и предиктивной диагностики. Приведены результаты имитационного моделирования погрешностей прогноза и рекомендации по выбору параметров экстраполяторов.

Ключевые слова: интеллектуальный экстраполятор, погрешности прогноза, случайный процесс, математическая модель

EDN: SCEYHN

Прогнозирование случайных процессов в системах автоматического управления и предиктивной диагностики позволяет улучшить показатели качества функционирования этих систем [1;2]. Вычисления прогнозируемых величин реализуется экстраполяторами, функционирующими в реальном времени. Анализ, проведенный в [2], показал улучшения показателей качества управления в замкнутых системах при включении экстраполяторов в цепь обратной связи.

Прогнозирование величин случайных задержек поездов на станциях метрополитена, в централизованных системах управления движением позволяет уменьшить отклонение исполненного от планового графика движения [3].

Погрешность прогноза уменьшается при использовании интеллектуальных экстраполяторов, параметры которых изменяются автоматически в процессе функционирования в зависимости от свойств прогнозируемого процесса.

Баранов Леонид Аврамович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Управление и защита информации» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)), Заслуженный деятель науки Российской Федерации. Область научных интересов: интеллектуальные транспортные системы. Автор более 400 научных и учебно-методических работ, в том числе восьми монографий, трех учебников и трех учебных пособий. Имеет 36 авторских свидетельств на изобретения.

Балакина Екатерина Петровна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Управление и защита информации» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: интеллектуальные транспортные системы. Автор 36 научных работ.

Юнцян Чжан, аспирант кафедры «Управление и защита информации» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: интеллектуальные транспортные системы. Автор четырех научных работ.

Анохин Антон Сергеевич, студент кафедры «Управление и защита информации» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: интеллектуальные транспортные системы. Автор трех научных работ.

Жеребятин Илья Андреевич, студент кафедры «Управление и защита информации» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: интеллектуальные транспортные системы. Автор трех научных работ.

Уменьшение погрешности прогноза достигается при использовании интеллектуальных экстраполяторов, параметры которых изменяются автоматически в процессе функционирования в зависимости от свойств прогнозируемого процесса.

Рассматриваются имитационные модели, позволяющие определить погрешности прогноза интеллектуальных экстраполяторов фиксированного порядка, сравнить эти величины, провести анализ зависимости погрешностей от длительности прогноза и статистической связи отсчетов случайного процесса.

Модель экстраполятора

Рассматриваются экстраполяторы, использующие многочлены Чебышева, ортогональные на множестве равноотстоящих точек, параметры которых изменяются в процессе функционирования в зависимости от получаемых погрешностей прогноза. Коэффициенты прогнозирующего многочлена l -й степени вычисляются по методу наименьших квадратов [4].

Пусть $x(t) = x[(n+\varepsilon)T]$ – случайный процесс, значения которого известны в $(M+1)$ точке в моменты времени $(n-M+i)T, i=0,1,2,\dots,M$. Здесь $t=(n+\varepsilon)T$ – текущее время; T – шаг временной дискретизации; $n=0,1,2,\dots,M$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$. На интервале времени от nT до $(n+1)T$, как показано в [5], результат прогноза $z[(n+\varepsilon)T]$ определяется выражением

$$z[(n+\varepsilon)T] = \sum_{i=0}^M x[(n-M+i)T] L_i^{\varepsilon, \text{кв}, l} [0, \varepsilon], \quad (1)$$

где

$$L_i^{\varepsilon, \text{кв}, l} [0, \varepsilon] = \sum_{j=0}^l \frac{\varphi_{j,M}(i) \varphi_{j,M}(M+\varepsilon)}{\|\varphi_{j,M}\|}, \quad (2)$$

$$\|\varphi_{j,M}\| = \sum_{i=0}^M \varphi_{i,M}^2. \quad (3)$$

В этих выражениях $\varphi_{j,M}$ – многочлены Чебышева, ортогональные на множестве равноотстоящих точек; l – степень экстраполирующего многочлена. Порядком экстраполятора будем называть степень экстраполирующего многочлена.

В имитационной модели имеется программа определения выражений $\varphi_{j,M}$ и $L_i^{\varepsilon, \text{кв}, l} [0, \varepsilon]$ для заданных значений l и M . Верификация этой программы проведена путем сравнения ее результатов с имеющимися выражениями, полученными путем математических преобразований [4–7].

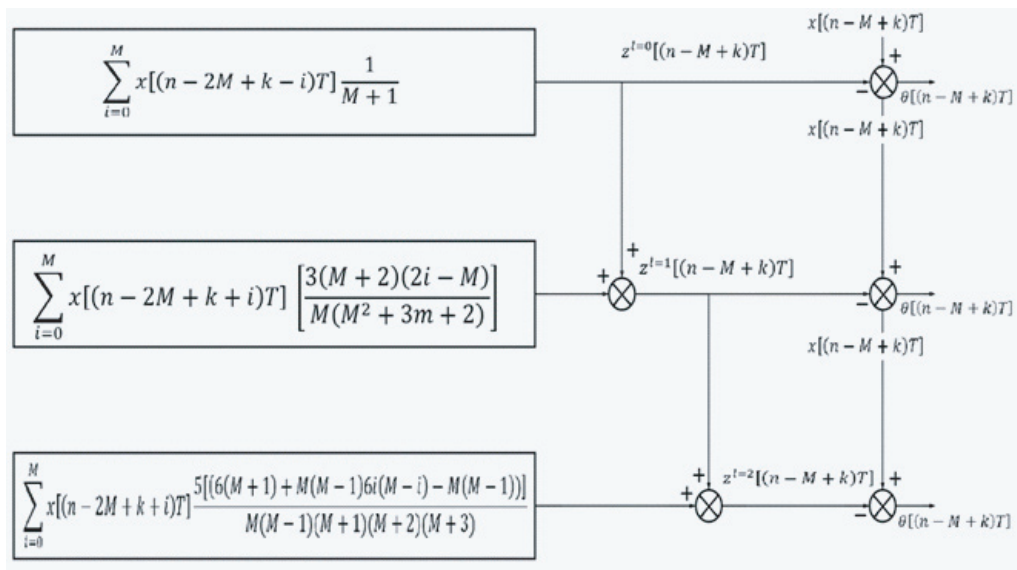
Погрешность экстраполяции в точке $(n+\varepsilon)T$, определяется следующими выражениями

$$\theta[(n+\varepsilon)T] = z[(n+\varepsilon)T] - x[(n+\varepsilon)T], \quad (4)$$

$$\theta[(n+1)T] = z[(n+1)T] - x[(n+1)T]. \quad (5)$$

Программа, моделирующая работу интеллектуального экстраполятора, соответствует структурной схеме, приведенной на рисунке [8].

Необходимо учитывать, что переход от экстраполятора l -порядка к экстраполятору $(l+1)$ -го порядка



Рисунок

осуществляется в соответствии с рекуррентной процедурой [5], определяемой выражением

$$L_i^{3, l+1}[0, \varepsilon] = L_i^{3, l} + \frac{\varphi_{j+1, M}(i) \varphi_{j+1}(M + \varepsilon)}{\|\varphi_{j+1, M}^2\|} \quad (6)$$

при

$$L_i^{3, l=0}[0, \varepsilon] = \frac{1}{M+1}, \quad (7)$$

на структурной схеме приведены три канала, соответствующие $l=0, l=1, l=2$. В общем случае рассматривается l -каналов.

В текущий момент времени $t=nT$ известны полученные ранее значения прогноза $z[(n-M+i)T]$, $i=0, 1, 2, \dots, M$ и значения входного сигнала $x[(n-M+i)T]$, $i=0, 1, 2, \dots, M$. Следовательно, в момент $t=nT$ в соответствии с выражением (5) известны все ранее имеющиеся погрешности прогноза.

По существу, с учетом варьирования числа точек, по которым вычисляется прогноз в каждом экстраполяторе l -го порядка ($l \leq M$) уже известны все предыдущие погрешности прогноза. Так моделируется работа Ml экстраполяторов. Для выбора одного из Ml экстраполяторов, который будет использован для прогнозов в момент времени $(n+1)T$, могут быть сформулированы различные правила.

В данной работе выбор одного из Ml при ($l \leq M$) экстраполяторов в момент $t=nT$ для прогноза в момент времени $(n+1)T$ осуществлялся по одному из следующих двух правил:

- первое правило: для прогноза в момент $(n+1)T$ используется экстраполятор, обеспечивающий минимум модуля погрешности в момент nT ;
- второе правило: экстраполятор, обеспечивающий в момент nT минимум суммы модулей погрешности за последние M тактов, деленных на M используется для прогноза в момент времени $(n+1)T$.

Модели случайных процессов

Моделирование случайного процесса $x[(n+\varepsilon)T]$ реализуется путем преобразования сигнала «белого шума» фильтрами нижних частот (ФНЧ). В частности, при использовании фильтра Баттерворта 5-го порядка в установившемся режиме получаем стационарный эргодический случайный процесс с автокорреляционной функцией

$$R_{xx}(\tau) = G_x^2 \frac{\sin(\omega_0 \tau)}{\omega_0 \tau}, \quad (8)$$

где G_x^2 — дисперсия сигнала; ω_0 — определяет ширину спектра ФНЧ.

При использовании гаусского ФНЧ в установившемся режиме получаем стационарный эргодический

случайный процесс с автокорреляционной функцией

$$R_{xx}(\tau) = G_x^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}. \quad (9)$$

Верификация этой части программного обеспечения выполнялась путем сравнения относительных (по отношению к среднеквадратическому отклонению входного сигнала G_x) среднеквадратичных значений погрешностей прогноза, полученных в результате имитационного эксперимента и полученных аналитически, при заданных M и l [9].

Временной промежуток, $\tau = MT$ на котором эффективно использовать $(M+1)$ значение входного сигнала для прогноза при $t=nT$ величины $z[(n+1)T]$, как показано в [9], определяется из условий

$$0,6 \leq \frac{R_{xx}(MT)}{R_{xx}(0)} < 1. \quad (10)$$

Методика определения и анализ погрешности

Временной интервал MT , который используется для прогноза на шаг T , выбирается из условия допустимой погрешности. Как показал анализ, проведенный в [9], приемлемые результаты прогноза могут быть получены при наличии статистической связи между значениями случайной функции. Коэффициент корреляции между наиболее удаленными значениями $x[nT]$, используемыми в экстраполяторе, находится в диапазоне от 0,6 до 1 [9]. Эти соображения позволяют выбирать максимальное число, которое, равно MT при $T = \text{const}$, когда

$$\frac{R_{xx}(MT)}{R_{xx}(0)} \geq 0,6. \quad (11)$$

Значения относительной квадратической погрешности прогноза экстраполятора, определяется как

$$\sqrt{\overline{\delta^2}[0, \varepsilon=1]} = \sqrt{\frac{\overline{\theta^2}[0, \varepsilon=1]}{R_{xx}(0)}}, \quad (12)$$

где $\overline{\theta^2}[0, \varepsilon=1]$ — абсолютная величина дисперсии погрешности при $\varepsilon=1$; $R_{xx}(0) = G_x^2$ — дисперсия входного сигнала.

Для случайных процессов, автокорреляционные функции которых определяются выражениями (8) и (9), коэффициенты корреляции соответственно равны:

$$\frac{\sin(\omega_0 TM)}{\omega_0 TM}; \quad (14)$$

$$e^{-\alpha^2 T^2 M^2}.$$

С целью определения погрешности прогноза интеллектуальным экстраполятором проводилось имитационное моделирование его функционирования. Рассматривались случайные процессы, заданные автокорреляционными функциями (8) и (9) при варьировании шага прогноза T и коэффициента корреляции. Величина погрешности прогноза определялась при использовании описанных выше двух правил выбора порядка экстраполятора на n -м шаге: первое — по наименьшему значению модуля погрешности на n -м шаге, второе — по среднему значению модуля погрешности за M шагов.

Приведем данные результатов моделирования, при прогнозе случайного процесса с автокорреляционной функцией (8), когда $\omega_0=0,04$, $T=1$ с, при варьировании M от 4 (при коэффициенте корреляции (0,9957)) до $M=40$ (при коэффициенте корреляции (0,6247)) относительная среднеквадратическая погрешность прогноза увеличилась от 0,513 до 9,8% при первом решающем правиле, от 1,024 до 9,754% при втором решающем правиле.

При увеличении длительности прогноза до 5 с ($T=5$ с) M варьировалась от 1 (при коэффициенте корреляции 0,993) до 8 (при коэффициенте корреляции 0,624) величина среднеквадратической погрешности прогноза увеличилась от 2,75 до 14,43% (при первом решающем правиле) и от 3,11 до 12,953% (при втором решающем правиле).

При увеличении длительности прогноза до 10 с ($T=10$ с) M варьировалась от 1 (при коэффициенте корреляции 0,97) до 4 (при коэффициенте корреляции 0,624) величина среднеквадратической погрешности прогноза увеличилась от 7% (при коэффициенте корреляции 0,97) до 21% (при коэффициенте корреляции 0,624) при первом решающем правиле и от 11 до 19% при втором решающем правиле.

При прогнозе случайного процесса с автокорреляционной функцией (9), когда $\alpha=0,015$, $T=1$ с и варьировании M от 2 (при коэффициенте корреляции 0,9998) до $M=45$ (при коэффициенте корреляции 0,6469), среднеквадратическая погрешность прогноза увеличилась от 1,0201% (при коэффициенте корреляции 0,9998) до 9,9375% (при коэффициенте корреляции 0,6469) при первом решающем правиле и от 1,3137 до 10,0281% при втором решающем правиле.

При увеличении длительности прогноза до 5 с ($T=5$ с) M варьировалась от 1 (при коэффициенте корреляции 0,994) до 9 (при коэффициенте корреляции 0,634) величина среднеквадратической погрешности прогноза увеличилась от 1,64% (при коэффициенте корреляции 0,994) до 9,52% (при коэффициенте корреляции 0,634) при первом решающем правиле и от 2,11 до 10,41% при втором решающем правиле.

При увеличении длительности прогноза до 10 с ($T=10$ с) M варьировалась от 1 (при коэффициенте корреляции 0,97) до 4 (при коэффициенте корреляции 0,69), среднеквадратическая ошибка прогноза увеличилась от 9% (при коэффициенте корреляции 0,97) до 17% (при коэффициенте корреляции 0,69) при первом решающем правиле и от 8 до 19% при втором решающем правиле.

Отношение в % числа тактов, в которых используется экстраполятор $l=0,1,2,...,M$ порядка к общему числу тактов моделирования при вариации коэффициентов корреляции, для случайного процесса с автокорреляционной функцией (8), для случайного процесса с автокорреляционной функцией (9), при $T=10$ с приведены соответственно в табл. 1, 2.

Тенденция увеличения числа тактов, в которых используются более высокие порядки экстраполятора

Таблица 1

Отношение в % числа тактов, в которых используются экстраполяторы $l=0, 1, ..., M$
к общему числу тактов моделирования функции с $R_{xx}(\tau) = G_x^2 \frac{\sin(\omega_0 \tau)}{\omega_0 \tau}$

Коэффициенты корреляции	$R_{xx}(\tau) = G_x^2 \frac{\sin(\omega_0 \tau)}{\omega_0 \tau}$					ω_0
	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	
0,624	24	26	23	12	15	0.04
0,776	32	26	24	18		0.04
0,896	38	33	29			0.04
0,97	51	49				0.04

Таблица 2

Отношение в % числа тактов, в которых используются экстраполяторы $l=0, 1, \dots, M$ к общему числу тактов моделирования функции с $R_{xx}(\tau) = G_x^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}$

Коэффициенты корреляции	$R_{xx}(\tau) = G_x^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}$					α
	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	
0,69	27	23	23	16	11	0.015
0,81	31	35	20	14		0.015
0,91	37	41	22			0.015
0,97	46	54				0.015

при уменьшении коэффициента корреляции сохраняется и при уменьшении времени прогноза.

Для сравнения величин погрешности прогноза при использовании интеллектуального экстраполятора с величинами погрешности прогноза при использовании экстраполяторов фиксированного порядка для одинаковых условий проведены имитационное моделирование от $l=0$ до $l=4$. Во всех случаях погрешность прогноза экстраполяторов фиксированного порядка при одинаковых коэффициентах корреляции случайных процессов значительно превышала погрешности прогноза интеллектуального экстраполятора.

Анализ данных моделирования позволяет сделать следующие выводы:

- использование интеллектуального экстраполятора уменьшает погрешность прогноза по сравнению с применением экстраполяторов постоянного порядка;
- увеличение коэффициента корреляции прогнозируемого случайного процесса на временном интервале MT приводит к уменьшению погрешности прогноза, что соответствует утверждению: увеличение статистической связи между отсчетами случайного процесса увеличивает точность его прогноза;
- уменьшение интервала прогноза T уменьшает погрешность прогноза, что также соответствует физическим представлениям. Величины погрешностей

прогноза при рассматриваемых решающих правилах незначительно отличаются.

Заключение

Разработанная имитационная модель интеллектуального экстраполятора позволяет определять погрешности прогноза случайных и детерминированных процессов для различных длительностей прогноза и моделей прогнозируемого сигнала.

Разработанная имитационная модель позволяет определять погрешности прогноза экстраполяторов фиксированного l -го порядка для различных длительностей прогноза и моделей прогнозируемого сигнала.

Проведенный анализ результатов моделирования позволил получить соотношения между погрешностями прогноза, статистической связью между отсчетами случайного процесса, длительностью прогноза.

Описанная методика имитационного моделирования эффективна при выборе экстраполяторов для различных систем управления и предиктивной диагностики.

Дальнейшим развитием интеллектуального экстраполятора может быть совершенствование правил выбора следующего шага прогноза по имеющейся истории процесса и прогноза, в том числе — использование нейронных сетей.



Литература

1. Baranov, L. A., Balakina, E. P., Godyaev, A. I. The Object According State Prediction to Diagnostic Data. // International conference on Automatics and Energy Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2096 (2021) 012121. - <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2096/1/012121>.
2. Баранов, Л. А. Влияние прогнозирования рассогласований на качество управления в замкнутых системах автоматического регулирования / Л. А. Баранов, О. Е. Пудовиков, Е. П. Балакина. - Текст : непосредственный // Электротехника. - 2022. - № 9. - С. 8-14. - <https://doi.org/10.3103/S1068371222090036>.
3. Централизованное управление движением поездов городских железных дорог современного мегаполиса / Л. А. Баранов, Е. П. Балакина, С. Е. Иконников, Д. А. Антонов. - Текст : непосредственный // Наука и техника транспорта. - 2020. - № 1. - С. 30-38. - <https://doi.org/10.17223/19988605/52>.
4. Баранов, Л. А. Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления / Л. А. Баранов. - Москва : Энергоатомиздат, 1990. - 304 с. - Текст : непосредственный.
5. Баранов, Л. А. Прогнозирование случайных процессов на базе многочленов, ортогональных на множестве равноотстоящих точек / Л. А. Баранов, Е. П. Балакина. - Текст : непосредственный // Электротехника. - 2020. - № 9. - С. 39-46.
6. Березин, И. С. Методы вычислений : учебное пособие для государственных университетов / И. С. Березин, Н. П. Жидков. - 3-е издание, переработанное и дополненное. - Москва : Наука, 1966. - 1 т. - 632 с. - Текст : непосредственный.
7. Прогноз случайных процессов при наличии единичных возмущений в интеллектуальных транспортных системах / Л. А. Баранов, А. С. Анохин, И. А. Жеребятин, Чжан Юнцян. - Текст : непосредственный // Автоматика на транспорте. - 2023. - Т. 9, № 3. - С. 239-245.
8. Баранов, Л. А. Адаптивный экстраполятор нестационарных случайных процессов. - Текст : непосредственный // Электротехника. - 2023. - № 9. - С. 22-25.
9. Баранов, Л. А. Анализ погрешностей прогноза для интеллектуальных систем управления и предиктивной диагностики / Л. А. Баранов, Е. П. Балакина, Чжан Юнцян. - Текст : непосредственный // Надежность. - 2023. - Т. 23, № 2. - С. 12-18.