

## МЕТОД АНАЛИЗА СИСТЕМ С КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ



В.Ю. Горелик



В.И. Апатцев

Предлагается метод анализа систем с переменными параметрами, к которым относится широкий круг систем управления. Анализ проводится с помощью преобразования Лапласа, авторами предложена четырехмерная запись функционального определителя, которая позволяет наглядно представить его свойства.

*Ключевые слова:* параметрические системы, преобразование Лапласа, бесконечные четырехмерные определители

EDN: PWRXGL

В системах железнодорожной автоматики давно используется параметрический преобразователь частоты 50/25 Гц. В первом приближении этот преобразователь описывается линейным дифференциальным уравнением типа Матвея. При попадании в контур подкачки дополнительного сигнала работа прибора может быть нарушена.

В этом случае преобразователь описывается уравнением

$$\sum_{i=0}^r a_i \frac{d^i y}{dt^i} + \sum_{s=0}^l \frac{d^s}{dt^s} [f_s(t)y] = 0, \quad (1)$$

где  $r-l \geq 2$ ,  $a_r = 1$ ,

$$f(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} b_{hl} e^{j(h\omega_1 + l\omega_2)}. \quad (2)$$

Здесь интерес представляет случай, когда  $\omega_1/\omega_2$  является иррациональным числом, т.е. не выражается дробью с любыми целыми числами. В этом случае выражение (2) не является периодической функцией.

Пусть

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |b_{hl}| = A_s < \infty. \quad (3)$$

Индекс  $r$  в (3) опущен.

Применив процедуры, рассмотренные в [1], получим после преобразования Лапласа неизвестные вида

$$Y(p + jk\omega_1 + jn\omega_2), \quad (4)$$

где  $k$  и  $n$  изменяются от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Расположить неизвестные в строку невозможно, так как множество  $jk\omega_1 + jn\omega_2$  является всюду плот-

**Горелик Владимир Юдаевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Системы управления транспортной инфраструктурой» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: методы анализа систем автоматического управления и связи, аналоговых и цифровых систем с параметрами, изменяющимися во времени. Автор более 130 научных работ.

**Апатцев Владимир Иванович**, доктор технических наук, профессор, советник при ректорате Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: организация и управление транспортными процессами. Автор около 200 научных и учебно-методических трудов.

**Смыслов Алексей Владимирович**, аспирант кафедры «Системы управления транспортной инфраструктурой» Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: методы анализа железнодорожных систем автоматики, телемеханики и связи. Автор четырех научных работ.

3,-3	2,-3	1,-3	0,-3	-1,-3	-2,-3	-3,-3
3,-2	2,-2	1,-2	0,-2	-1,-2	-2,-2	-3,-2
3,-1	2,-1	1,-1	0,-1	-1,-1	-2,-1	-3,-1
3,3	2,2	1,1	<b>0,0</b>	-1,-1	-2,-2	-3,-3
3,1	2,1	1,1	0,1	-1,1	-2,1	-3,1
3,2	2,2	1,2	0,2	-1,2	-2,2	-3,2
3,3	2,3	1,3	0,3	-1,3	-2,3	-3,3

Рисунок

ным, поэтому разместим их на плоскости, т.е. заменим строку определителя плоскостью (рисунок), здесь в отличие от [2], плоскость распространяется во все стороны от центрального элемента 0,0.

На рисунке пара цифр соответствует переменным  $Y(p+jk\omega_1+jn\omega_2)$ ,  $k$  от  $-\infty$  до  $\infty$ ,  $n$  от  $-\infty$  до  $\infty$ , т.е. вместо, например,  $Y(p+j2\omega_1+j3\omega_2)$  записано просто 2, 3.

Аналогично выкладкам [1], характеристическое уравнение можно получить в виде

$$\Delta(p) = \prod_{i=1}^r \prod_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left[\frac{\pi}{j\omega_1}(p-\gamma_i+jn\omega_2)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{j\omega_1}(p-\beta_i+jn\omega_2)\right]} = \prod_{i=1}^r \prod_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left[\frac{\pi}{j\omega_2}(p-\gamma_i+jk\omega_1)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{j\omega_2}(p-\beta_i+jk\omega_1)\right]}.$$

Здесь  $\gamma_i$  – корни характеристического уравнения, требующие определения;  $\beta_i$  – корни характеристического определителя стационарной части уравнения (1).

Так как множество  $j\omega_1+jn\omega_2$  является всюду плотным, то решение последнего уравнения вряд ли возможно, хотя бесконечный определитель абсолютно сходится. 

## Литература

1. A method of investigating electrical systems with periodically changing Parameters / A.V. Gorelik, V.Y. Gorelik, V.I. Apattsev, A.P. Baturin, V.A. Kobzev, I.A. Zhuravlev. - Текст : непосредственный // Russian Electrical Engineering. - 2017. - Т. 88, № 12. - С. 842-844.
2. Горелик, В. Ю. Метод анализа систем с параметрами, изменяющимися по сложному закону / В. Ю. Горелик, В. И. Апатцев, А. В. Смыслов. - Текст : непосредственный // Наука и техника транспорта. - 2024. - № 2. - С. 26-27.