

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ БЕССТЫКОВОГО ПУТИ ПО КРИТЕРИЮ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЕГО УСТОЙЧИВОСТИ

Рассматриваются различные методы оценки устойчивости бесстыкового пути и предлагается дополнить эти методы математическим аппаратом волновой теории.

Ключевые слова: верхнее строение пути, температурные напряжения, динамическое воздействие, дефекты пути, краевые условия



А.А. Локтев



А.В. Сычева

Почти 80% протяженности железных дорог России бесстыковой путь. Одним из существенных недостатков бесстыкового пути является самопроизвольная разрядка напряжения в рельсах, вызванная изменением температуры после их закрепления и вызывающая искривление рельсовой нити в горизонтальной плоскости, так называемый «выброс» пути. Рельсы длиной 100 метров свариваются в рельсовые плети при температуре рельса $+20^{\circ}\text{C}$. Климатические изменения местности, в которой уложен железнодорожный путь вызывают изменение температуры в рельсах и как следствие, напряжения. Например, изменение температуры рельса на 1°C приводит к изменению напряжения в рельсе на 2,5 МПа. Поэтому нормативными документами устанавливаются перепады температур Δt_p и Δt_c при которых достигаются не приводящие к браку напряжения растяжения и сжатия. Выход температуры за пределы

интервала, могут привести к выбросу пути, и, если выброс произойдет под движущим поездом возможно крушение, а во время нахождения на пути бригады рабочих к человеческим жертвам. Также на устойчивость рельсовых плетей влияет действие дополнительных продольных сил, например, возникающих при торможении подвижного состава, появлении и взаимодействии стационарных и нестационарных процессов в элементах верхнего строения пути.

Таким образом, задача моделирования устойчивости железнодорожного пути является актуальной в части обеспечения безопасности движения поездов на основе безопасной работы на железнодорожном пути и обеспечения соблюдения требований охраны труда при производстве путевых работ.

Известны различные способы на практике предотвратить появление выбросов пути. Одним из способов избежать этого, уложить так называемые уравниль-

Локтев Алексей Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Транспортное строительство» Российской открытой академии транспорта Российского университета транспорта (РОАТ РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: механика деформированного тела, моделирование объектов транспортной инфраструктуры, железнодорожный путь, реконструкция объектов исторического и архитектурного наследия. Автор 185 научных работ, в том числе трех монографий.

Сычева Анна Вячеславовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Здания и сооружения на транспорте» Российской открытой академии транспорта Российского университета транспорта (РОАТ РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: инженерное обеспечение строительства, инженерная геология. Автор 45 научных работ.

Сычев Вячеслав Петрович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Транспортное строительство» Российской открытой академии транспорта Российского университета транспорта (РОАТ РУТ (МИИТ)). Область научных интересов: создание новых технологий и технических средств для повышения эффективности технического обслуживания железнодорожного пути. Автор более 100 научных работ. Имеет 20 патентов на изобретения.

ные рельсы (пролеты). Длина уравнильного пролета рельса l_0 при оптимальной температуре закрепления зависит от n количества пар уравнильных рельсов и зазора в стыке λ , и определяется как [1]:

$$l_0 = n1250 + (n+1)\lambda. \quad (1)$$

Анализ предшествующих работ по оценке устойчивости железнодорожного пути показал, что существует много подходов к оценке устойчивости железнодорожного пути [2–4]. Общая постановка задачи заключается в том, что на закрепленный при температуре t_0 на шпалах рельс длиной $2l$, действуют продольные силы P и поворота F , возникающие от изменения температуры в рельсах. Участок пути, на котором укладывается рельс, состоит из прямых участков длиной L ; изогнутой части плети ℓ_1 с соответствующей хордой и стрелой изгиба. Под воздействием изменения температуры Δt в зависимости коэффициента линейного расширения рельсовой стали α , рельс удлиняется на величину $\Delta \ell$. Принимается допущение: силы сопротивления продольным перемещениям и деформациям поворота рельсов распределены равномерно по длине деформируемого участка пути. Свободному удлинению рельса препятствуют: силы трения в стыковых накладках P_n ; силы сопротивления на опорах p , на концевых, подвижных участках l_i ; начальное q_0 и погонное r сопротивления сдвигу шпалы. Принимается следующее условие устойчивости железнодорожного пути: сила P_t , возникающая от нагрева рельса равна силам сопротивления сдвигу P_n . Однако в этом случае применение классической эйлеровской теории устойчивости объектов не дает адекватного решения задачи. Поэтому С. П. Першиным было предложено использование энергетического метода для оценки устойчивости железнодорожного пути [5–7] на принципе возможных перемещений при равенстве элементарных работ:

$$dA_K = dA_H + dA_B + dA_C, \quad (2)$$

где dA_K , dA_H , dA_B , dA_C — соответственно работа сжимающих сил в местах искривления; деформации изгиба рельсов; сопротивления балласта при сдвиге; сопротивления при повороте шпал в горизонтальной плоскости. Элементарные работы рассчитываются для удлинения $\lambda = (\ell_1 - \ell)$ при его деформации с учетом модуля упругости рельсовой стали E , площади поперечного сечения рельсов ω и момента инерции двух рельсов относительно вертикальной оси J_{PB} . Деформация рельсовой плети при воздействии на нее температуры определяется интегрированием элементарных работ, с подстановкой различных форм изгиба $y=f(x)$, вычисля-

емые двукратным интегрированием уравнения второй производной с учетом граничных условий:

$$x = \pm \ell/2, y=0, y'=0, y''=0; \\ \text{при } x=0, y=f, y'=0. \quad (3)$$

К положительным качествам энергетического метода можно отнести возможность оценки состояния бесстыкового пути на основе графического анализа, что удобно при практическом использовании. Недостатком метода можно считать зависимость результатов решения от того какое уравнение формы изгиба принимается при расчете и ее соответствию фактическому очертанию возможного искривления пути при деформации.

Профессор А.Я. Коган с учениками предложил [8] решить уравнение устойчивости бесстыкового пути без учета начальных неровностей с помощью системы трансцендентных нелинейных уравнений. Метод, в отличие от вышеописанных, позволяет получать форму изгиба пути расчетным путем. Однако недостатком этого метода является сложность расчетов, а также отсутствие возможности получения промежуточных результатов с целью корректировки, что вызывает трудности при адаптации к реальным условиям эксплуатации.

Модель устойчивости бесстыкового пути профессора М.Ф. Вериги [9] построена на учете кинетики развития деформаций потери устойчивости бесстыкового пути при решении дифференциального уравнения упругой оси балки. Для реализации этой модели получают экспериментальные нелинейные по отношению к перемещениям, значения сил и, моделируя разные ситуации с их изменением оценивают вероятность потери устойчивости. Модель построена на основе дифференциального уравнения динамического равновесия элемента бесстыкового пути длиной ds , при действии на него продольной температурной силы в виде следующего уравнения:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial s^4} + Pt(s) \left[\frac{\partial^2 (y + \delta)}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \right] + \\ + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \left(f_1 \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right) \right) - f_2(y) \text{sign} \frac{dy}{dt} = 0. \quad (4)$$

где t — время; S — абсцисса точки на оси пути; $y=y(s,t)$ — горизонтальное поперечное перемещение оси пути в точке S в момент t ; $\delta=\delta(s)$ — начальная неровность пути в плане (рихтовка); R — радиус кривой; $Pt(s)$ — продольная сила, передаваемая на элемент пути; m — 0,5 от массы пути на единицу его длины; $f_1\left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)$ — эмпирическая нелинейная функция зависимости момента

сил сопротивления повороту рельса в плане от значений этого угла поворота в каждой точке с абсциссой S ; $f_2(y)$ — эмпирическая нелинейная зависимость силы сопротивления поперечным перемещениям одиночной шпалы в балласте от величины y .

Модель позволяет учесть различные неровности в плане, неравномерность затяжки гаек клеммных болтов по длине пути и т.д., она может быть масштабирована на сегмент рельса произвольной длины, хотя ее реализация в виде алгоритма и приведет к появлению некоторых вычислительных сложностей, связанных с необходимостью учета многочисленных граничных условий в узлах скрепления.

Тем не менее, эта и вышеописанные модели, имеют определенные недостатки, которые влияют на реальную оценку устойчивости пути. Эти недостатки вызваны тем, что рельс представляет собой упругий объект, в котором по определенным законам распространяются волны.

Предлагается модель, учитывающая распространение с конечной скоростью упругих волн в рельсах. Задача ставится следующим образом. По упругому рельсу со скоростью V_0 движется как абсолютно твердого тела массой m в виде колесной пары подвижного состава. Колесо наезжает на торец стыка рельса с постоянной погонной массой $M=\rho A$.

Задачу, подобную этой, для стержней рассматривали Сен-Венан и Буссинеск [10;11]. Уравнение равновесия элемента dz имеет вид:

$$\frac{dN}{dz} = -q_z. \quad (5)$$

Если в (5) заменить $N=EA\left(\frac{d\omega}{dz}\right)$, получим

$$\frac{d}{dz}\left(EA\frac{d\omega}{dz}\right) = -q_z. \quad (6)$$

Как видно из (6) перемещения сечения ω вдоль оси z зависят от координаты z и времени t . Производная

по z функции $\omega(z,t)$ есть частная производная $\frac{\partial}{\partial z}$.

Нагрузка на рельс q_z появляется от действия сил инерции, которые для единицы длины рельса вычисляются на основе принципа Даламбера:

$$q_z = -m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), получим уравнение движения при продольных колебаниях рельса, которое считая, что $EA=\text{const}$, будет:

$$G^2 \frac{d^2 \omega}{dz^2} = \frac{d^2 \omega}{dt^2}, \quad (8)$$

где

$$G = \sqrt{\frac{EA}{m}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (9)$$

Решение волнового уравнения (8):

$$\omega = f_1(z - Gt), \quad (10)$$

где f_1 — функция, описывающая возмущение на первом свободном торце стыка. Тогда поступательное равномерное движение кривой f_1 со скоростью G может быть описано (10). Считаем, что и на втором торце стыка рельсовой плети также существует другое возмущение f_2 , от действия которого волна распространяется в обратном направлении с такой же скоростью, что может быть описано выражением:

$$\omega = f_1(z - Gt) + f_2(z + Gt). \quad (11)$$

Таким образом (11) определяет распространение возмущений в виде бегущих волн в положительном и отрицательном направлениях оси z , в частности, при $f_1=f_2$ второе слагаемое в (11) описывает волну, отраженную от второго торца стыка.

Скорость распространения продольных волн описывается выражением (9) и зависит от свойств материала рельса и колесной пары подвижного состава, взаимодействующего с рельсом. С момента начала контакта с рельсом колесная пара за малый промежуток времени dt проходит путь $\Delta s = Vdt$, создавая на свободном торце стыка деформацию сжатия ε . От торца эта деформация распространяется вдоль рельса со скоростью G и за время dt создаст сжатие на длине $s = Gdt$. Если предположить, что на бесконечно малом отрезке деформация ε распределена равномерно, то деформацию и напряжение на торце можно представить в виде:

$$\varepsilon = \frac{\Delta s}{s} = \frac{Vdt}{Gdt} = \frac{V}{G}, \quad (12)$$

$$\sigma = \varepsilon E = E \frac{V}{G}. \quad (13)$$

Известно, что для однородных материалов параметры G и E постоянны [12]. Тогда и для рельса одной поставки параметры G и E постоянны, и следовательно, контактные напряжения и деформации в рельсе будут зависеть только от начальной скорости набегания колеса на рельс V . Например, для стали при $E=210$ ГПа, $G=5200$ м/с и $V=5,2$ м/с напряжения на торце будут 210 МПа, что для малоуглеродистой стали соответствует пределу пропорциональности,

тем не менее при увеличении скорости колеса на рельсе могут появиться пластические деформации.

Скорость колеса при движении по рельсу определяется соотношением, которое с учетом (12) и (13) можно представить как:

$$\frac{dw}{dt} = V = G \frac{\sigma}{E} = G \frac{P}{EA}. \quad (14)$$

Дифференцируя (14) по t и, применяя второй закон Ньютона [13], получим:

$$\frac{d^2w}{dt^2} = \frac{G}{EA} \frac{dP}{dt} = -\frac{P}{M}, \quad (15)$$

где « $-$ » показывает, что контактная сила вызывает сопротивление движению колеса.

Тогда (15) в виде дифференциального уравнения может быть описано так:

$$\frac{dP}{dt} + \alpha P = 0, \quad (16)$$

где $\alpha = \frac{EA}{GM}$.

Решая (16), получим:

$$P(t=0) = \sigma_0 A = \frac{V_0}{G} EA, \quad (17)$$

Тогда напряжения и деформации на торце рельса могут определяться как:

$$P = \frac{V_0 EA}{G} e^{-\alpha t}, \quad (18)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{EA} = \frac{V_0}{G} e^{-\alpha t}. \quad (19)$$

Время прохождения волны от свободного конца рельса до произвольного сечения $z=0$ равно z/G . Заменим в (19) аргумент t на $(t-z/G)$, и получим закон распространения волны деформации от торца стыка от скорости G :

$$\varepsilon = \frac{V_0}{G} e^{-\alpha \left(t - \frac{z}{G}\right)} \text{ при } z \geq tG. \quad (20)$$

При отражении упругой волны на другом конце стыка рельса появляется деформация вдвое большая.

Другим очень, по мнению авторов, важным параметром, который необходимо учитывать для практического использования являются дефекты в стыках рельса, которые для дальнейших рассуждений будем считать смятием материала. Кроме распространения волн деформаций, следует учитывать факт дефекта рельсов в стыках, которую для дальнейших рассуждений будем называть местным смятием материала, что по сути соответствует физике дефектов в стыках

[14]. Учет распространения продольных и поперечных волновых поверхностей позволяет создать и реализовать вычислительную схему, позволяющую моделировать напряженно-деформированное состояние рельсовой плети с учетом большинства параметров состояния верхнего строения пути, характера приложения внешней динамической нагрузки, термоупругих процессов и выявить степень влияния тех или иных характеристик при различных скоростях движения транспортных средств.

Таким образом, динамическое взаимодействие колеса и рельса можно представить как решение двух задач: определение контакта в месте взаимодействия колеса и рельса и оценки деформирования материалов рельса и колеса (рис. 1). На рис.1 упругими элементами представлена модель деформирования области взаимодействия рельсошпальной решетки и балластной призмы. Как уже упоминалось выше, С.П. Тимошенко впервые рассмотрел подобную задачу, поставив и решив задачу о поперечном ударе упругого шара по упругой балке Бернулли-Эйлера в предположении, что волны на поверхности распространяются с бесконечной скоростью. Применяя результаты этих решений уравнения взаимодействия колеса и рельса можно представить как:

$$m\ddot{y} = -P(t), \quad (21)$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F \ddot{w} = P(t) \delta(x - \xi), \quad (22)$$

где m — масса колеса; y — перемещение колеса; $w(x, t)$ — прогиб рельса; E — модуль Юнга; I — момент инерции сечения рельса относительно средней линии; F — площадь сечения рельса; ρ — его плотность; $\delta(x - \xi)$ — дельта функция Дирака; x — координата колеса, точка над величиной означает частную производную по времени.

Уравнения (21) и (22) интегрируем с учетом начальных условий:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0, & \dot{y}(0) &= V_0, \\ w(x, 0) &= 0, & \dot{w}(x, 0) &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где V_0 — скорость колеса в момент наезда (удара) на торец рельса.

Присоединим к уравнениям (21) и (22) соотношения:

$$y = \alpha + w(\xi, t), \quad (24)$$

$$\alpha = k' P^{2/3}, \quad (25)$$

или

$$P = k\alpha^{3/2}, \quad (26)$$

где α — местное смятие материалов колеса и рельса (стыковой дефект); k' и $k = (k')^{-3/2}$ — коэффициенты, зависящие от геометрии взаимодействующих тел и упругих характеристик их материалов. Интегрируя уравнения (21) и (22) с учетом начальных условий (23) и подставляя найденные функции $y(t)$ и $w(x, t)$, а также $\alpha(t)$ из соотношения (25) в выражение (24), получаем функциональное уравнение для определения контактной силы $P(t)$

$$V_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t \int_0^{t_1} P(t_2) dt_2 dt_1 = k' P^{2/3} + \sum_n A_n \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau, \quad (27)$$

где коэффициенты A_n зависят от вида собственных функций и собственных значений ω_n задачи [15; 16].

Продифференцируем (27) дважды по времени и учитывая (26) получим:

$$\ddot{\alpha} + k \left(\frac{1}{m} + \sum_n \omega_n A_n \right) \alpha^{3/2} - k \int_0^t \alpha^{3/2}(\tau) \sum_n \omega_n^2 A_n \sin \omega_n (t - \tau) d\tau = 0. \quad (28)$$

С учетом дефекта в стыке (смятия материала) и зная модель распространения волн с конечными скоростями на фронте и за фронтом ударной волны до границы (рисунок) условие динамической совместности в стыках:

$$\sigma = -\rho_0 G_0 V, \quad (29)$$

где σ — напряжение; V — скорость частиц рельса вдоль его оси; ρ_0 — плотность материала рельса.

В месте контакта колеса и рельса условие (29) принимает вид

$$P = -\rho_0 G_0 F V. \quad (30)$$

Учитывая выражение (30) и проинтегрированное дважды уравнение вертикального движения колеса (21), из соотношения (24), которое в этом случае примет вид:

$$y = \alpha + \int_0^t V dt. \quad (31)$$

Имеем

$$\alpha = V_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} P(t_2) dt_2 - \frac{1}{\rho_0 G_0 F} \int_0^t P(t) dt. \quad (32)$$

Подставляя в (26) формулу (32), получаем функциональное уравнение относительно контактной силы P , а продифференцировав уравнение (32) дважды по времени, приходим к уравнению (27), в котором проверка жесткости деформируемого от сжатия рельса проводится по формуле:

$$\frac{f_0}{1 - \frac{n_n F}{F_{кр}}} \leq [w], \quad (33)$$

где n_n — коэффициент запаса по прогибам, обычно принимается равным коэффициенту запаса прочности n .

Закключение

Таким образом, учет влияния волновых процессов в рельсах от воздействия на них подвижного состава, описываемый дифференциальными уравнениями позволяет повысить точность расчета возможной потери устойчивости бесстыкового пути, а решение дифференциальных уравнений дает возможность

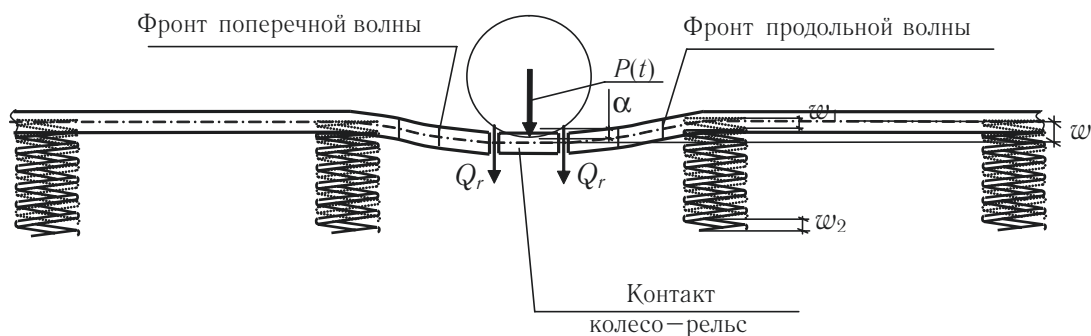


Рисунок. Схема взаимодействия колеса и рельсовой плиты

оценить весь процесс, происходящей в бесстыковом пути, а не только его конечные состояния. Предложенная модель элементов верхнего строения пути позволяет учитывать стационарные и нестационарные процессы, а также знакопеременность действующей нагрузки, что в будущем позволит модернизировать конструкцию железнодорожного пути с достижением требуемых эксплуатационных параметров и оптимизировать характеристики напряженно-деформированного состояния в наиболее нагруженных точках при действии как вжимающей, так и отрывающей силы.



Литература

1. Инструкция по устройству, укладке, содержанию и ремонту бесстыкового пути (утв. Распоряжением ОАО «РЖД» от 14.12.2016 № 2544р).
2. Яковлева, Т.Г. Железнодорожный путь / Т.Г. Яковлева, Н.И. Карпушенко, С.И. Клинов, Н.Н. Путря, М.П. Смирнов; под ред. Т.Г. Яковлевой. — М.: Транспорт. — 1999. — 405 с.
3. Вериго, М.Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М.Ф. Вериго, А.Я. Коган; Под ред. М.Ф. Вериго. — М.: Транспорт, 1986. — 558 с.
4. Ершков, О.П. Характеристики пространственной упругости рельсового пути / О.П. Ершков // Тр. ЦНИИ МПС. Вып. 192, М., 1960. — С. 59—101.
5. Першин, С.П. Методы расчета устойчивости температурно-напряженного пути и способы ее повышения: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Москва, 1959.
6. Тимошенко, С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек / С.П. Тимошенко. — М.: Наука, 1974. — 808 с.
7. Timoshenko S.P. Zur frage nach der wirkung eines strosse an einer balken / S.P. Timoshenko // Zeitschrift fur mathematische Physik. — 1914. — Vol.62. — P. 198—209.
8. Горшков, А.Г. Волны в сплошных средах / А.Г. Горшков, А.Л. Медведский, Л.Н. Рабинский, Д.В. Тарлаковский: учебное пособие для вузов. — М.: Физматлит, 2004. — 472 с.
9. Коган, А.Я. Оценка безопасности эксплуатации бесстыкового пути по условию выброса с учетом его фактического состояния / А.Я. Коган, А.В. Савин // Вестник Всероссийского научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. — 2003. — №2. — С. 6—13.
10. Вериго, М.Ф. К вопросу об устойчивости бесстыкового пути под проходящими поездами / М.Ф. Вериго // Железные дороги мира. — 2002. — №4. — С. 60—65.
11. Пановко, Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. — М.: Наука, 1987. — 352 с.
12. Кукуджанов, В.Н. Распространение упруго-пластических волн в стержне с учетом влияния скорости деформации / В.Н. Кукуджанов. — М.: ВЦ АН СССР. — 1967. — 48 с.
13. Локтев, А.А. Исследование особенностей динамической реакции верхнего строения железнодорожного пути от подвижного состава на основе модели трансверсально-изотропной пластины на деформируемом основании / А.А. Локтев, А.В. Сычева, Е.В. Запольнова, В.П. Сычев, В.Г. Дмитриев // Проблемы машиностроения и автоматизации. — 2018. — №2. — С. 55—65.
14. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Определения, теоремы, формулы / Г. Корн. — М., 2014. — 832 с.
15. Дефекты рельсов. Классификация, каталог и параметры дефектных и остродефектных рельсов. Распоряжение от 23 октября 2014 г. №2499р.
16. Зукас, Д.А. Динамика удара / Д.А. Зукас, Т. Николас, Х.Ф. Свифт, Л.Б. Грещук, Д.Р. Куран. — М.: Мир. — 1985. — 296 с.
17. Rossikhin Yu.A. The impact of a sphere upon a Timoshenko thin-walled beam of open section with due account for middle surface extension / Yu.A. Rossikhin, M.V. Shitikova // Transactions of ASME. Journal of Pressure Vessel Technology. — 1999. — Vol.121, №4. — P. 375—383.
18. Loktev A.A., Gridasova E.A., Sycheva A.V. and Stepanov R.N. Simulation of the Railway under Dynamic Loading. Part 2. Splicing Method of the Wave and Contact Solutions // Contemporary Engineering Sciences, Vol. 8, 2015, no. 21, 955—962.

